Résumé des notes de cours

Chapitre 1

A Opérations sur les polynômes

Polynôme: Expression algébrique formée d'un ou plusieurs termes.

Degré d'un monôme: exposant de la variable ou somme des exposants s'il y a plus d'une variable.

Degré d'un polynôme: degré du monôme ayant le plus haut degré.

Termes semblables: Ce sont des termes composés des mêmes variables affectés des mêmes exposants. Seuls les coefficients peuvent être différents.

Addition et soustraction de polynômes : On additionne (ou soustrait) seulement les coefficients des termes **semblables**. Soustraire, c'est additionner l'opposé.

Ex. : $(8x^2 -3x -4) + (2x^2 +5x+ 1)=$
$\underline{8x^2 + 2x^2}$ $\mathbf{-3x + 5x}$ $-4 + 1 = \underline{10x^2}$ $\mathbf{+2x}$ $- 3$

Multiplication d'un monôme par un monôme : On multiplie les coefficients ensemble et on écrit les différentes variables, en les affectant d'un exposant égal à la **somme** de leurs exposants

Ex. : $-4a^3b^2c \bullet 5ab^3c = -20a^4b^5c^2$

Multiplication d'un monôme par un polynôme : On multiplie le monôme par chacun des termes formant le polynôme.

Ex. : $9xy^2(x^2 + 4y)= 9x^3y^2 +36xy^3$

Multiplication d'un polynôme par un binôme : On multiplie chacun des termes du polynôme par chacun des termes du binôme. Par la suite, on additionne les monômes semblables.

Ex. : $(x + 3) (x^2 -4x + 1)= x^3 -4x^2 + x +3x^2 -12x +3$
$= x^3 -x^2 -11x + 3$

Diviser un monôme
par un monôme : On divise les coefficients ensemble et on écrit les différentes variables, en les affectant d'un exposant égal à la **différence** de leurs exposants

Ex. : $8a^3b^2 \div 4ab = 2a^2b$

Diviser un polynôme
par un monôme : On divise chaque terme du polynôme par le monôme. Ce qui revient ensuite à plusieurs divisions de monômes par un monôme.

Ex. : $\dfrac{15y^3 - 5y^2 + 25y}{-5y} = -3y^2 + y - 5$

Division d'un polynôme
par un binôme : Ex. :

$$\begin{array}{rll} & x^2 + 11x + 30 & \underline{|\ x + 6} \\ - & \underline{\mathbf{x^2 + 6x}\quad} & \mathbf{x} + 5 \\ & \quad 5x + 30 & \\ - & \quad \underline{5x + 30} & \\ & \quad\quad 0 & \end{array}$$

donc, $(x^2 + 11x + 30) \div (x + 6) = (x + 5)$

B Factorisation

Mise en évidence simple Diviser chaque terme du polynôme par **le plus grand facteur commun** et le placer en évidence devant le quotient obtenu.

Ex. : $3x^2 - 6x = \mathbf{3x}\,(x - 2)$

Mise en évidence double Grouper les termes qui ont, 2 à 2, un facteur commun. Faire une première mise en évidence simple puis une seconde.

Ex. : $\underline{3x^2 - 6x} + 5x - 10 = \underline{\mathbf{3x}\,(x - 2)} + \mathbf{5}\,(x - 2)$

$= (x - 2)\,\mathbf{(3x + 5)}$

Différence de deux carrés $\mathbf{a^2 - b^2 = (a + b)\,(a - b)}$

Trinôme carré parfait $\mathbf{a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2}$

Trinôme $x^2 + bx + c$

Méthode produit et somme

Trouver deux entiers, **m** et **n**, dont la somme est **b** et le produit est **c**. ($m + n = b$ et $m \bullet n = c$);

Les facteurs seront $(x + m)(x + n)$.

Trinôme $ax^2 + bx + c$

Méthode produit et somme

Trouver deux entiers, **m** et **n**, dont la somme est **b** et le produit est **a • c**. ($m + n = b$ et $m \bullet n = ac$);

Écrire $\mathbf{ax^2 + bx + c} = ax^2 + \mathbf{m}x + \mathbf{n}x + c$;

Factoriser le polynôme obtenu par une double mise en évidence.

Méthode de complétion de carré

Mettre **a** en évidence pour obtenir **1** comme coefficient de x^2.

Compléter un carré parfait en ajoutant et soustrayant $\mathbf{(b/2)^2}$ au trinôme.

Former une différence de deux carrés et la factoriser.

C Fractions algébriques

Une fraction algébrique (aussi appelée ***expression rationnelle***) est un quotient de deux polynômes. Une telle fraction n'est bien définie que si le diviseur est **différent de zéro**.

$\dfrac{P(x)}{Q(x)}$ est définie si $Q(x) \neq 0$. Il faut mentionner les restrictions.

Addition (soustraction) de fractions algébriques n'ayant **pas** de facteur commun au dénominateur.

$$\frac{P(x)}{Q(x)} \pm \frac{R(x)}{S(x)} = \frac{P(x) \cdot S(x) \pm R(x) \cdot Q(x)}{Q(x) \cdot S(x)}$$

Addition (soustraction) de fractions algébriques ayant un facteur commun au dénominateur

1- **Factoriser les dénominateurs.**

2- **Rechercher le dénominateur commun composé du moins de facteurs possibles. Techniquement, on prend chaque facteur une fois, affecté du plus grand exposant.**

3- **Réduire le numérateur.**

Multiplication et division de fractions algébriques

Pour multiplier des fractions algébriques, il faut :

1- Factoriser tous les numérateurs et tous les dénominateurs.

2- Émettre les restrictions.

3- Effectuer la multiplication et simplifier s'il y a lieu.

Pour diviser des fractions algébriques, il faut :

1- Factoriser tous les numérateurs et tous les dénominateurs.
2- Émettre les restrictions.
3- Simplifier s'il y a lieu.
4- Multiplier la première fraction(dividende) par l'inverse de la deuxième (diviseur).
5- Ajouter les nouvelles restrictions aux anciennes.
6- Effectuer la multiplication et simplifier s'il y a lieu.

RP, 2015