

# Géométrie des figures

Relations métriques du triangle rectangle

# ○ Relations métriques du triangle rectangle

## Définition

Relations qu'entretiennent des mesures de différents segments formés dans un triangle rectangle.

1

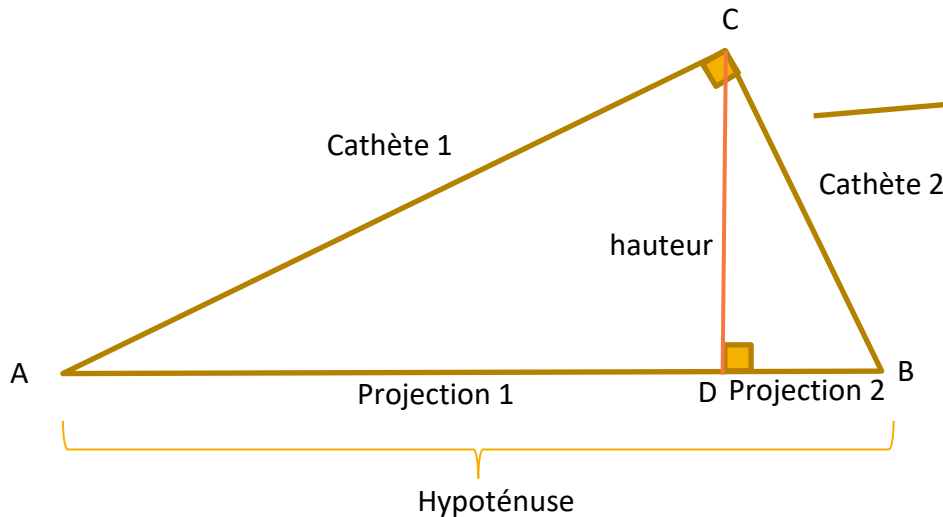
2

3

# Relations métriques du triangle rectangle

## Triangle rectangle

Dans un triangle rectangle, on peut déduire les relations métriques en abaissant la hauteur issue de l'angle droit.




Trois triangles semblables s'observent dans cette construction (AA).

$$\triangle ABC \sim \triangle ADC \sim \triangle BDC$$

# Relations métriques du triangle rectangle

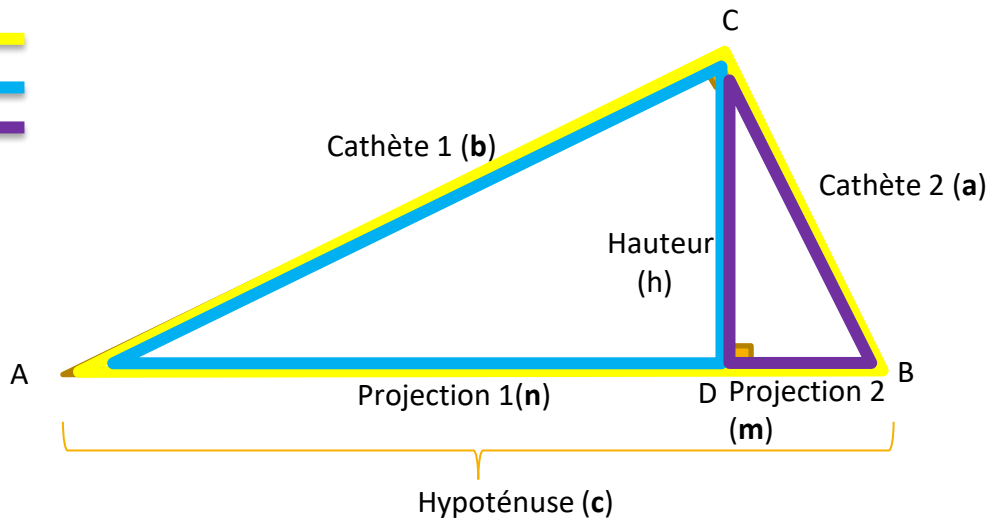
## Triangle rectangle

Dans un triangle rectangle, on peut déduire les relations métriques en abaissant la hauteur issue de l'angle droit.

$\Delta ABC$ : 

$\Delta ADC$ : 

$\Delta BDC$ : 



*Les relations métriques résultent du fait que les mesures des côtés homologues sont proportionnelles.*

# Théorème de la cathète

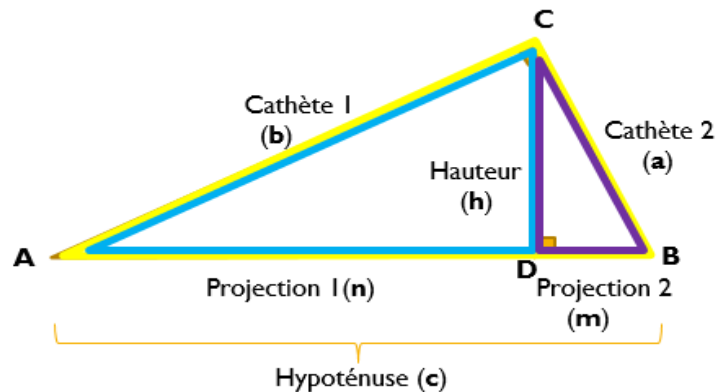
## 1<sup>ère</sup> Relation

$$\triangle ABC \sim \triangle ADC$$

$$k = \frac{\text{Hypothénuse } (c)}{\text{Cathète } (b)} = \frac{\text{Cathète } (b)}{\text{Projection 1 } (n)}$$

$$\triangle ABC \sim \triangle DBC$$

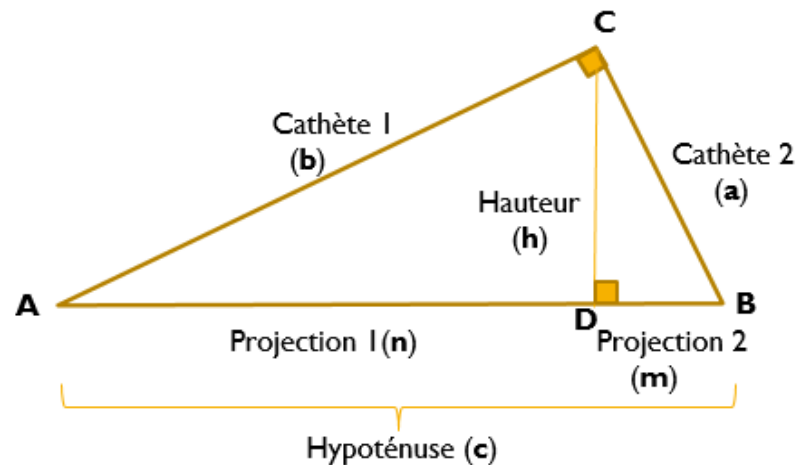
$$k = \frac{\text{Hypothénuse } (c)}{\text{Cathète 2 } (a)} = \frac{\text{Cathète 2 } (a)}{\text{Projection 2 } (m)}$$



# Théorème de la cathète

## 1<sup>ère</sup> Relation

Dans un triangle rectangle, la mesure de chaque cathète est moyenne proportionnelle entre sa projection sur l'hypoténuse et l'hypoténuse entière.



$$\frac{\text{Hypothénuse } (c)}{\text{Cathète 1 } (b)} = \frac{\text{Cathète 1 } (b)}{\text{Projection 1 } (n)} \quad \text{donc } \frac{c}{b} = \frac{b}{n} \quad \text{ainsi } \quad \mathbf{b^2 = c \cdot n}$$

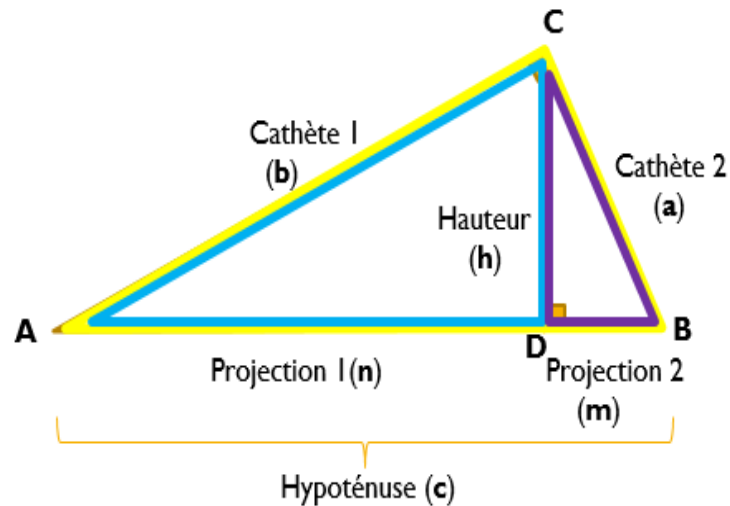
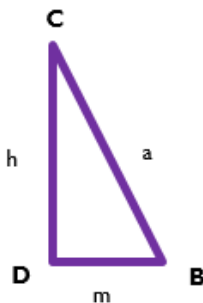
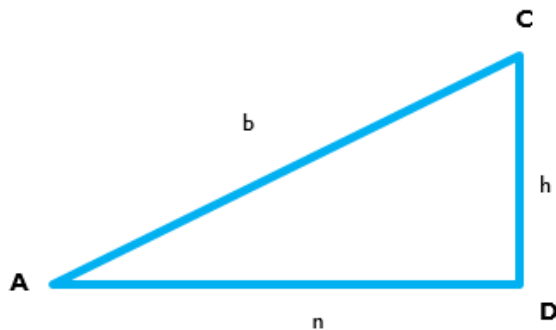
$$\frac{\text{Hypothénuse } (c)}{\text{Cathète 2 } (a)} = \frac{\text{Cathète 2 } (a)}{\text{Projection 2 } (m)} \quad \text{donc } \frac{c}{a} = \frac{a}{m} \quad \text{ainsi } \quad \mathbf{a^2 = c \cdot m}$$

# Théorème de la hauteur

## 2<sup>ème</sup> Relation

$$\triangle ADC \sim \triangle BDC$$

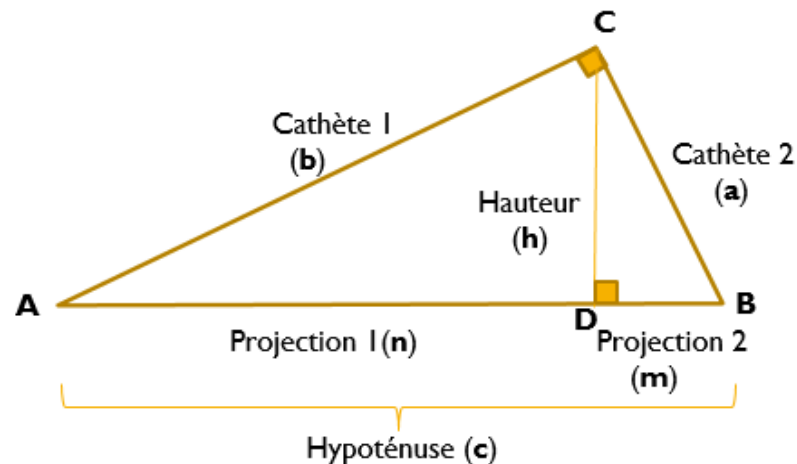
$$k = \frac{\text{projection 1 (n)}}{\text{hauteur (h)}} = \frac{\text{hauteur (h)}}{\text{Projection 2 (m)}}$$



# Théorème de la hauteur

## 2<sup>ème</sup> Relation

Dans un triangle rectangle, mesure de la hauteur issue l'angle droit est la moyenne proportionnelle des mesures des segments qu'elle détermine sur l'hypoténuse



$$k = \frac{\text{projection 1 } (n)}{\text{hauteur } (h)} = \frac{\text{hauteur } (h)}{\text{Projection 2 } (m)} \text{ donc } \frac{n}{h} = \frac{h}{m} \text{ ainsi } h^2 = n \cdot m$$

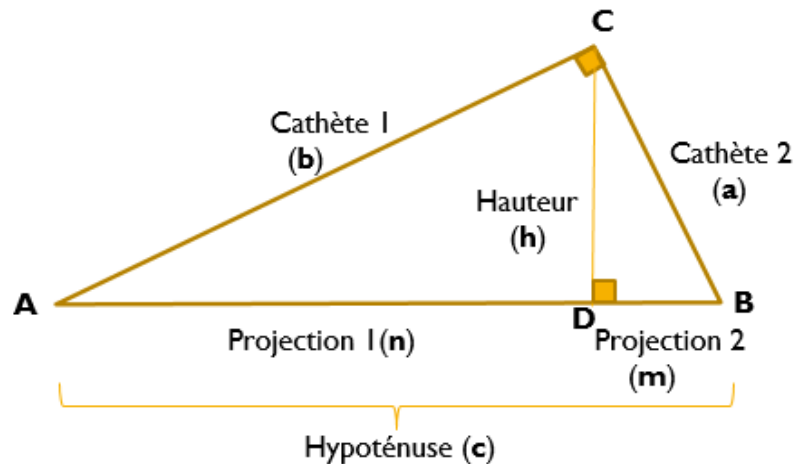


# Théorème du produit des cathètes

## 3<sup>ème</sup> Relation

Formule de l'aire d'un triangle

$$\text{Aire } \triangle ABC = \frac{\text{base} \cdot \text{hauteur}}{2}$$



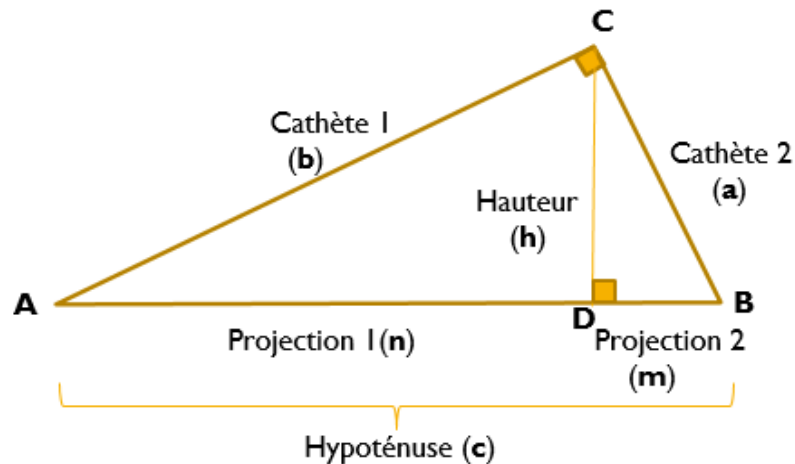
$$\text{Aire } \triangle ABC = \frac{\text{hypoténuse } (c) \cdot \text{hauteur } (h)}{2} \text{ et } \text{Aire } \triangle ABC = \frac{\text{Cathète 2 } (a) \cdot \text{Cathète 1 } (b)}{2}$$

$$\frac{\text{hypoténuse } (c) \cdot \text{hauteur } (h)}{2} = \frac{\text{Cathète 2 } (a) \cdot \text{Cathète 1 } (b)}{2}$$

# Théorème du produit des cathètes

## 3<sup>ème</sup> Relation

Dans un triangle rectangle, le produit des cathètes est égal au produit de l'hypoténuse et la hauteur issue de l'angle droit.



$$\frac{\text{hypoténuse } (c) \cdot \text{hauteur } (h)}{2} = \frac{\text{Cathète 2 } (a) \cdot \text{Cathète 1 } (b)}{2} \text{ donc } c \cdot h = a \cdot b$$

# Géométrie des figures

Relations métriques du triangle rectangle